

## “Interferenta undelor” sau “Despre cuplarea a doua antene”.

Bazele teoriei cuplării antenelor sînt similare interferenței undelor învățată în liceu în clasa a 11-a, în capitolul de compunere a oscilațiilor.

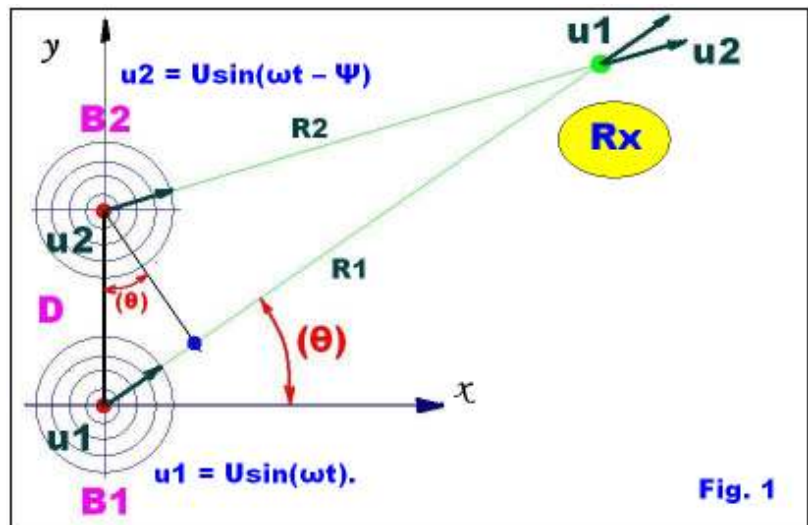
O scurtă rememorare a celor învățate mai demult, cu aplicație la undele scurte, este cuprinsă în cele ce urmează.

Fie două surse de unde, coerente, [unde coerente înseamnă că undele au aceeași frecvență și că defazajul între ele este constant] numite **B1** și **B2**. Admitem că sursa **B2** emite unda **u2** cu un defazaj  $\Psi$  în urma unei emise de sursa **B1** [este întârziată față de **u1**].

Undele generate de cele două surse au expresia matematică generală de formă

1.  $u_1 = U \sin(\omega t)$ .
2.  $u_2 = U \sin(\omega t - \Psi)$

Un observator este plasat în punctul **Rx**, arbitrar ales în spațiu, la o distanță mult mai mare decât distanța dintre cele două surse. Sursa **B1** este plasată în originea sistemului de coordonate **x-y** și axa **Y** este orientată de la **B1** spre **B2**. Definim ca axa de observație dreapta **B1Rx**. Aceasta axă face unghiul  $(\theta)$  cu abscisa sistemului de coordonate **x -y**. Într-un sistem de coordonate polar, suprapus peste cel rectangular definit mai sus și avînd aceeași origine cu acesta, acest unghi  $(\theta)$  este variabilă sistemului.



Compunerea celor două unde, **u1** și **u2** în punctul de observație **Rx** se face prin suprapunerea efectelor. În această situație, în punctul de observație sosesc și își suprapun efectele două unde sinusoidale, a căror expresie matematică generală este dată de relațiile 1. și 2. de mai sus. Spunem că în punctul de observație **Rx** undele interferează.

Cine nu are răbdare la matematică, poate trece direct la următoarea parte, de după ecuația 13.

Undele generate de cele două surse, **B1** și **B2**, se propagă în spațiul presupus uniform și izotrop, din aproape în aproape, cu viteza finită **v**. Dacă notăm cu **R1** și respectiv **R2** distanța de la fiecare sursă pînă la punctul de observație **Rx**, atunci timpul în care cele două unde parcurg distanțele **R1** și respectiv **R2** sînt

$$3 \quad t_1 = R_1 / v \quad \text{și respectiv} \quad t_2 = R_2 / v ,$$

unde **v** este viteza de deplasare a undelor de la sursă la observator.

La momentul  $(t)$ , observatorul plasat în punctul **Rx**, constată că unda **u1** ajunsă la el este undă emisă de sursa **B1** la momentul  $(t - t_1)$  și respectiv unda **u2** ajunsă la el este undă emisă de sursa **B2** la momentul  $(t - t_2)$ , ceea ce se poate scrie astfel:

$$4 \quad u_1(\mathbf{R}_x)(t) = U \sin \omega (t - t_1)$$

$$5 \quad u_{2(Rx)}(t) = U \sin [\omega (t - t_2) - \Psi]$$

si cumulind efectele celor doua unde asupra ppunctului  $R_x$ , unda rezultanta in punctul unde se afla observatorul este

$$6 \quad u_{Rx}(t) = U \sin \omega (t - t_1) + U \sin [\omega (t - t_2) - \Psi]$$

In aceasta relatie se fac urmatoarele substitutii:  $\omega = 2\pi / T$ ,  $t_1 = R_1 / v$ ,  $t_2 = R_2 / v$ , si se obtine

$$7. \quad u_{Rx}(t) = U \sin \left[ \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{R_1}{v} \right) \right] + U \sin \left[ \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{R_2}{v} \right) - \Psi \right]$$

In aceasta ecuatie, in argumentele functiei sinus se introduc factorii  $1/T$  in parantezele rotunde, si apoi, facind inlocuirea  $T * v = \lambda$ , se obtin ecuatiile 8 si apoi 9 de mai jos:

$$8. \quad u_{Rx}(t) = U \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{R_1}{\lambda} \right) \right] + U \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{R_2}{\lambda} \right) - \Psi \right]$$

$$9. \quad u_{Rx}(t) = U \left\{ \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{R_1}{\lambda} \right) \right] + \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{R_2}{\lambda} \right) - \Psi \right] \right\}$$

De la trigonometrie se stie ca:  $\sin \alpha + \sin \beta = 2 * \sin [(\alpha + \beta) / 2] * \cos [(\alpha - \beta) / 2]$  si ecuatia 9 devine:

$$10. \quad u_{Rx}(t) = 2 * U * \sin \frac{1}{2} \left\{ \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{R_1}{\lambda} \right) \right] + \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{R_2}{\lambda} \right) - \Psi \right] \right\} * \\ * \cos \frac{1}{2} \left\{ \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{R_1}{\lambda} \right) \right] - \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{R_2}{\lambda} \right) - \Psi \right] \right\}$$

De unde, desfacind parantezele, si operind toate simplificariile posibile, asa dupa cum urmeaza in dezvoltarea ecuatiei 10 :

<b>10.1</b>	$u_{Rx}(t) = 2 * U * \sin \left\{ \left[ \frac{2\pi}{2} \left( \frac{t}{T} - \frac{R_1}{\lambda} \right) \right] + \left[ \frac{2\pi}{2} \left( \frac{t}{T} - \frac{R_2}{\lambda} \right) - \frac{\Psi}{2} \right] \right\} * \\ * \cos \left\{ \left[ \frac{2\pi}{2} \left( \frac{t}{T} - \frac{R_1}{\lambda} \right) \right] - \left[ \frac{2\pi}{2} \left( \frac{t}{T} - \frac{R_2}{\lambda} \right) - \frac{\Psi}{2} \right] \right\}$
<b>10.2</b>	$u_{Rx}(t) = 2 * U * \sin \pi \left\{ \left[ \left( \frac{t}{T} - \frac{R_1}{\lambda} \right) \right] + \left[ \left( \frac{t}{T} - \frac{R_2}{\lambda} \right) - \frac{\Psi}{2\pi} \right] \right\} * \\ * \cos \pi \left\{ \left[ \left( \frac{t}{T} - \frac{R_1}{\lambda} \right) \right] - \left[ \left( \frac{t}{T} - \frac{R_2}{\lambda} \right) - \frac{\Psi}{2\pi} \right] \right\}$
<b>10.3</b>	$u_{Rx}(t) = 2 * U * \sin \left[ \pi \left( \frac{t}{T} - \frac{R_1}{\lambda} + \frac{t}{T} - \frac{R_2}{\lambda} - \frac{\Psi}{2\pi} \right) \right] * \\ * \cos \left[ \pi \left( \frac{t}{T} - \frac{R_1}{\lambda} - \frac{t}{T} + \frac{R_2}{\lambda} + \frac{\Psi}{2\pi} \right) \right]$

se ajunge la expresia finala, data de ecuatia 11 :

$$11. u_{Rx}(t) = 2 * U * \cos \left[ \pi \left( \frac{R_2 - R_1}{\lambda} + \frac{\Psi}{2\pi} \right) \right] * \sin \left[ \pi \left( \frac{2t}{T} - \frac{R_1 + R_2}{\lambda} - \frac{\Psi}{2\pi} \right) \right]$$

In relatia 11. de mai sus, numai termenul  $\sin [...]$  este variabil functie de timp ( $t$ ). Termenul  $2U \cos [...]$  este constant fata de variabila ( $t$ ), este deci "amplitudinea" functiei  $u(t)$ , iar valoarea lui este dependenta de doi parametri :

- de pozitia punctului de observare  $R_x$  prin marimea  $(R_2 - R_1)$  si
- de defazajul  $\Psi$  dintre cele doua unde.

Asadar **amplitudinea** functiei  $u_{Rx}(t)$  este :

$$12. \quad A = 2 * U * \cos \left[ \pi \left( \frac{R_2 - R_1}{\lambda} + \frac{\Psi}{2\pi} \right) \right]$$

Urmarind in Fig.1 , se vede ca  $(R_2 - R_1) = -D \sin \theta$ , si facind aceasta inlocuire in ecuatie 12 rezulta expresia valorii amplitudinii in functie de unghiul  $\theta$  si de defazajul initial  $\Psi$ .

$$13. \quad A(\theta, \Psi) = 2 * U * \cos \pi * \left[ \frac{\Psi}{2\pi} - \frac{D}{\lambda} \sin(\theta) \right]$$

De aici incolo este mai putina matematica.

Analiza grafica a ecuatiei amplitudinii unei rezultante se va face in coordonate polare, utilizind orice program care permite vizualizarea functiilor matematice [ eu folosesc in continuare programul pe care mi l-a pus la dispozitie Alex, YO5AMF, si anume Graphmatica.]

Scopul analizei este determinarea amplitudinii rezultantei compunerii celor doua unde in punctul de observatie  $R_x$ , avind ca "variabila" unghiul " $\theta$ " si ca parametri distanta " $D$ " dintre cele doua surse si defazajul dintre cele doua unde, " $\Psi$ ", respectiv aceasta inseamna desenarea diagramei de directivitate !

Pentru aplicarea directa a rezultatelor la analiza utilizarii a doua antene alimentate simultan la receptia sau emisia undelor radio, facem citeva precizari suplimentare, si anume:

1. Cele doua surse  $B_1$  si  $B_2$  sint antenele sistemului.
2. Defazajul " $\Psi$ " al semnalului aplicat antenei 2 se masoara fata de semnalul aplicat antenei 1 si, deoarece este vorba de o intirziere a acestuia, " $\Psi$ " are semn negativ.
3. Reprezentarea grafica a functiei din ecuatie 13 reprezinta diagrama de directivitate "in tensiune" a sistemului de 2 antene.
4. Reprezentarea grafica a patratului functiei din ecuatie 13 reprezinta diagrama de directivitate "in putere" a sistemului de 2 antene

Parametri  $(D/\lambda)$  si  $\Psi$ , pentru unde scurte, pot lua urmatoarele valori practice:

$$[3] \quad (D/\lambda) = 1/4 \text{ sau } 1/2$$

$$[4] \quad \Psi = 0 \text{ sau } -\pi/2 \text{ sau } -\pi \text{ sau } -3\pi/2$$

In conditiile de mai sus, avem 8 posibilitati de conectare si de defazare a celor doua antene

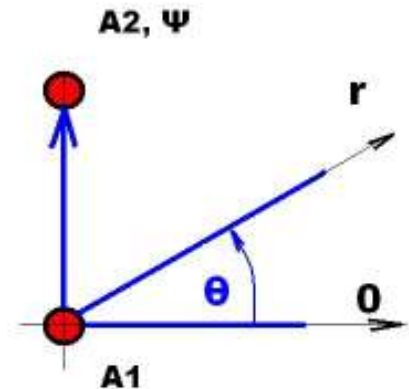
1	2	3	4	5	6	7	8
$(D/\lambda) = 1/4$	$(D/\lambda) = 1/4$	$(D/\lambda) = 1/4$	$(D/\lambda) = 1/4$	$(D/\lambda) = 1/2$	$(D/\lambda) = 1/2$	$(D/\lambda) = 1/2$	$(D/\lambda) = 1/2$
$\Psi = 0$	$\Psi = -\pi/2$	$\Psi = -\pi$	$\Psi = -3\pi/2$	$\Psi = 0$	$\Psi = -\pi/2$	$\Psi = -\pi$	$\Psi = -3\pi/2$

Ecuatiile pentru amplitudinea “ tensiunii” sint de forma ecuatiei 13 :

$$A1(\theta\Psi) = 2 * U * \cos \pi [ (\Psi / 2\pi) - (D / \lambda) \sin ( \theta ) ]$$

De unde, prin inlocuirea valorile parametrilor  $(D/\lambda)$  si  $\Psi$ , se obtin cele 8 ecuatii pentru diagrama de radiatie in tensiune. De asemenea, vom presupune amplitudinea  $U$  a semnalului radiat de fiecare antena, egal cu unitatea.

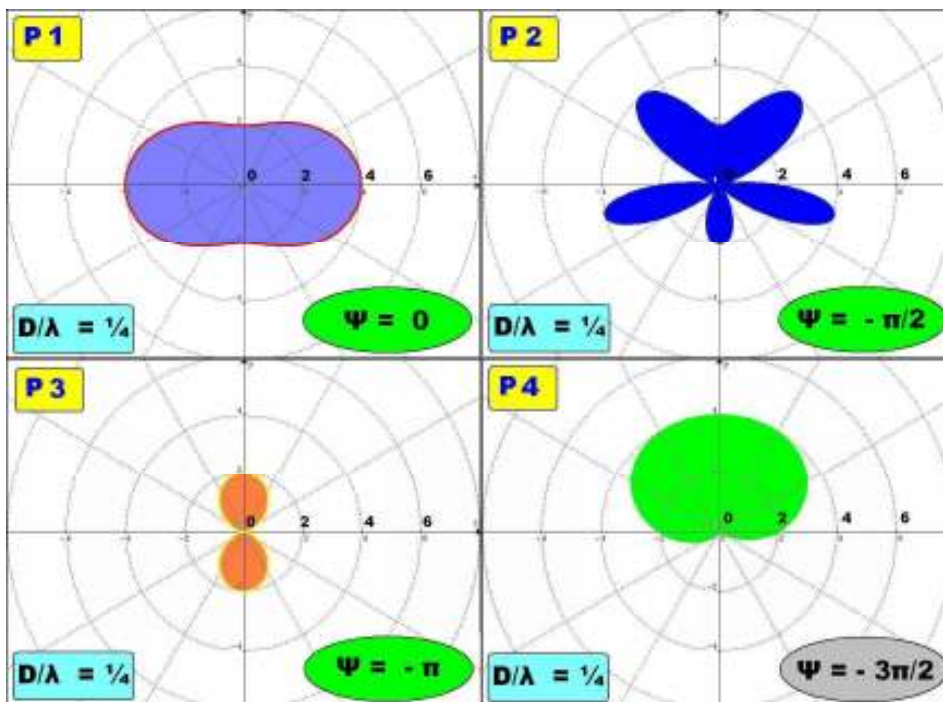
- U1  $U(\theta\Psi) = 2 * \cos \pi [ -0.25 \sin ( \theta ) ]$
- U2  $U(\theta\Psi) = 2 * \cos \pi [ (-1/4) - \sin ( \theta ) ]$
- U3  $U(\theta\Psi) = 2 * \cos \pi [ (-0.5) - 0.25 \sin ( \theta ) ]$
- U4  $U(\theta\Psi) = 2 * \cos \pi [ (-3/4) - 0.25 \sin ( \theta ) ]$
- U5  $U(\theta\Psi) = 2 * \cos \pi [ -0.5 \sin ( \theta ) ]$
- U6  $U(\theta\Psi) = 2 * \cos \pi [ (-1/4) - 0.5 \sin ( \theta ) ]$
- U7  $U(\theta\Psi) = 2 * \cos \pi [ (-1/2) - 0.5 \sin ( \theta ) ]$
- U8  $U(\theta\Psi) = 2 * \cos \pi [ (-3/4) - 0.5 \sin ( \theta ) ]$



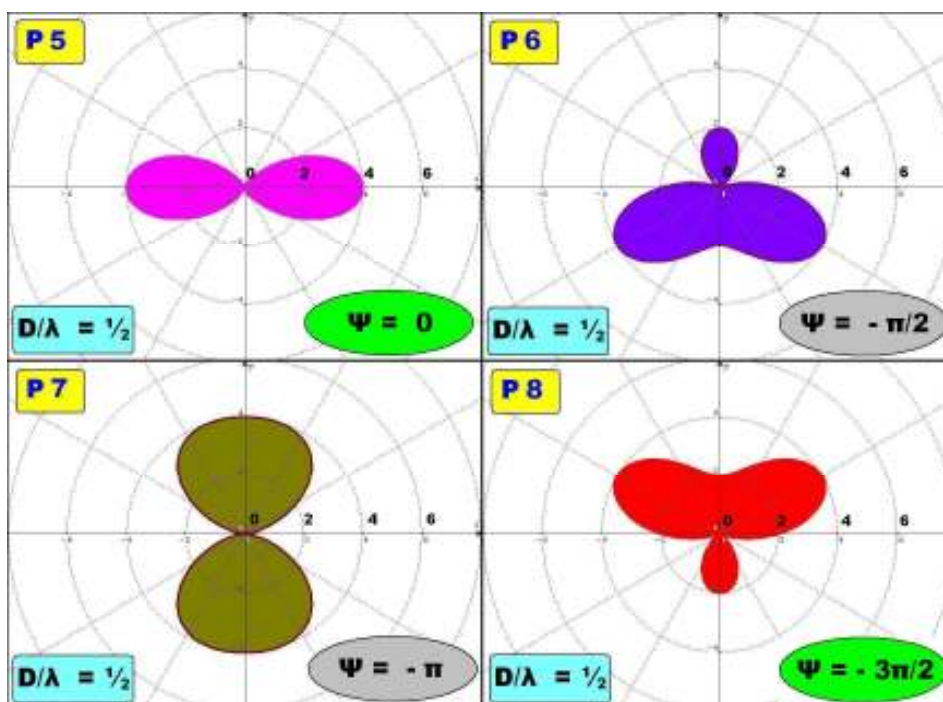
In programul de reprezentare grafica a functiilor matematice, Graphmatica, pentru reprezentarea in coordonate polare,  $U(\theta)$  si  $P(\theta)$  devin  $r$ ,  $\theta$  devine  $t$ , si  $\pi$  devine  $p$ , astfel ca ecuatiile de mai sus, transcrise pentru programul Graphmatica devin:

Ecuatia pentru Tensiune		Ecuatia pentru Putere	
U1	$r = 2 * \cos p [ -0.25 \sin ( t ) ]$	P1	$r = 4 * [ \cos p [ -0.25 \sin ( t ) ] ]^2$
U2	$r = 2 * \cos p [ (-1/4) - \sin ( t ) ]$	P2	$r = 4 * [ \cos p [ (-1/4) - \sin ( t ) ] ]^2$
U3	$r = 2 * \cos p [ (-0.5) - 0.25 \sin ( t ) ]$	P3	$r = 4 * [ \cos p [ (-0.5) - 0.25 \sin ( t ) ] ]^2$
U4	$r = 2 * \cos p [ (-3/4) - 0.25 \sin ( t ) ]$	P4	$r = 4 * [ \cos p [ (-3/4) - 0.25 \sin ( t ) ] ]^2$
U5	$r = 2 * \cos p [ -0.5 \sin ( t ) ]$	P5	$r = 4 * [ \cos p [ -0.5 \sin ( t ) ] ]^2$
U6	$r = 2 * \cos p [ (-1/4) - 0.5 \sin ( t ) ]$	P6	$r = 4 * [ \cos p [ (-1/4) - 0.5 \sin ( t ) ] ]^2$
U7	$r = 2 * \cos p [ (-1/2) - 0.5 \sin ( t ) ]$	P7	$r = 4 * [ \cos p [ (-1/2) - 0.5 \sin ( t ) ] ]^2$
U8	$r = 2 * \cos p [ (-3/4) - 0.5 \sin ( t ) ]$	P8	$r = 4 * [ \cos p [ (-3/4) - 0.5 \sin ( t ) ] ]^2$

Pentru antenele amplasate la distanta de  $\lambda / 4$  una de cealalta, in functie de defazajul introdus, se obtin urmatoarele diagrame de radiatie in putere:



Pentru antenele amplasate la distanta de  $\lambda / 2$  una de cealalta, in functie de defazajul introdus, se obtin urmatoarele diagrame de radiatie in putere :



Ce ne trebuie de fapt , ce se poate construi si in functie de relatia cu vecinii, si ce ni se potriveste in materie de antene , este inasa o alta poveste..... Decizia va apartine.

Pentru a afla cum se face cuplarea a doua antene vezi mai intii articolul lui Alex, YO5AMF la adresa de internet urmatoare : <http://www.radioamator.ro/articole/view.php?id=333>

73 ! si 88 ! Nora. YO4AYL

*profesor Victoria Olaru, Liceul cu Program Sportiv "N. Rotaru" Constanta.*